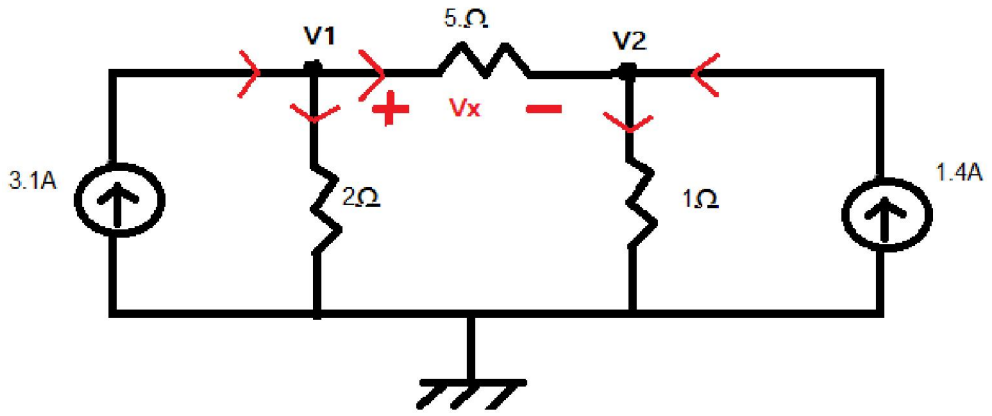
مثال۱) در مدار شکل زیر با روش تحلیل گره ولتاژ Vx را محاسبه کنید.



مرحله ۱) تعیین و شماره گذاری گره های مدار

مرحله۲) نام گذاری ولتاژ گره ها: برای این منظور یکی از گره ها رابطور دلخواه به عنوان گره زمین، مرجع یا مبنا با پتانسیل صفردر نظر گرفته و ولتاژ گره های دیگر را نسبت به آن نام گذاری می کنیم. (V1 ولتاژ گره یک نسبت به زمین) با این نام گذاری توانستیم ولتاژ تمامی عناصر مدار رااسم گذاری کنیم.

مرحله۳) نوشتن KCL در گره های غیر از گره مرجع و بطور همزمان جاگذاری جریانها بر حسب ولتاژ گره ها.

KCL در گره ۱:

$$-3.1+(V1/2)+((V1-V2)/5)=0$$

KCLدر گره ۲:

$$-1.4+(V2/1)+((V2-V1)/5)=0$$

معادله۱ → $(7\times V1)-(2\times V2)=31$

معادله۲ → $-V1+(6\times V2)=7$

با توجه به نکته گفته شده در ذیل میتوان این دستگاه معادلات را حل نمود.

نکته: در جبر خطی، قاعده کرامر روشی صریحی برای حل دستگاه معادلات خطی ای که تعداد معادلات با تعداد مجهولات برابر و دستگاه جواب منحصر بفرد دارد، است.

دستگاه خطی $\begin{cases} ax+by=e \\ cx+dy=f \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم که قالب ماتریسی آن به صورت $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$ است. فرض می‌کنیم $ad-bc\neq 0$ باشد. سپس x و y را با قاعده کرامر می‌یابیم:

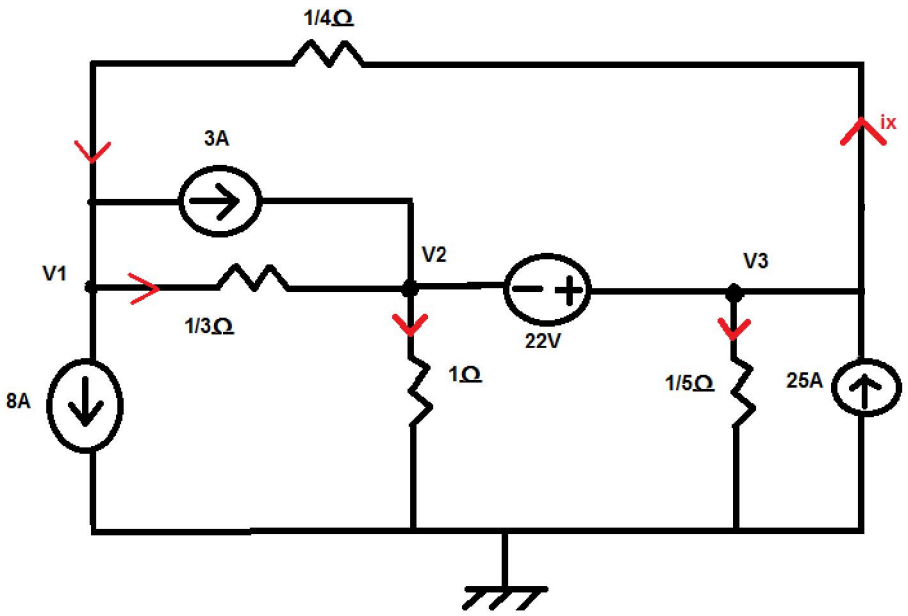
$$x=\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \frac{ed-bf}{ad-bc}$$

$$y=\begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix} / \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \frac{af-ec}{ad-bc}$$

→ V1=5 , V2=2

→ Vx=V1-V2=3

مثال ۲) در مدار شکل زیر ix را با روش تحلیل گره بدست آورید.



KCL در گره۱ :

$$8+((V1-V2)/(1/3))+3+((V1-V3)/(1/4))=0$$

معادله۱ : → $(7\times V1)-(3\times V2)-(4\times V3)=-11$

نکته: در نوشتن KCL در گره های ۲ و ۳ به دلیل وجود منبع ولتاژ با مشکل مواجهیم. برای حل این مشکل، منبع ولتاژ همراه با گره های دو سر آنرا به عنوان گره مرکب در نظر میگیریم و KCL را در آن می نویسیم.

KCL در گره مرکب ۲و۳:

$$((V3-V1)/(1/4))-3+((V2-V1)/(1/3))+(V2/1)+(V3/(1/5))=0$$

معادله۲ → $-(7\times V1)+(4\times V2)+(9\times V3)=2$

چون KCL ها تمام شد اما دو معادله و سه مجهول داریم به داخل گره مرکب میرویم:

معادله۳ → $V3-V2=22$

در نهایت به یک دستگاه معادلات با سه معادله و سه مجهول رسیدیم، با حل این دستگاه معادلات با توجه به نکته زیر ix بدست می آید.

نکته: با استفاده از قاعده کرامر برای حل دستگاه معادلات خطی ای که تعداد معادلات با تعداد مجهولات برابر و دستگاه جواب منحصر بفرد دارد

فرم ماتریسی ای به صورت $\begin{cases} ax+by+cz=j \\ dx+ey+fz=k \\ gx+hy+iz=l \end{cases}$ دارد.

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} j \\ k \\ l \end{bmatrix}$$

همچنین مقادیر x و y و z از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} j & b & c \\ k & e & f \\ l & h & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}},\quad y=\frac{\begin{vmatrix} a & j & c \\ d & k & f \\ g & l & i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}},\ \text{and}\ z=\frac{\begin{vmatrix} a & b & j \\ d & e & k \\ g & h & l \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}}$$

در نتیجه با حل دستگاه معادلات ، V1 وV2 وV3 محاسبه می شوند و برای ix خواهیم داشت:

$$ix=((V3-V1)/(1/4))=(4\times(V3-V1))$$

بنابراین در نوشتن KCL منبع ولتاژ مشکل ساز است با استفاده از گره مرکب مشکل را حل می کنیم.

تکلیف جلسه آینده:

در مدار شکل زیر Vy را با روش تحلیل گره بدست آورید:

نکته۱) معمولا گره ای که بیشترین تعداد شاخه ها به آن متصل شده است به عنوان گره زمین در نظر گرفته می شود.

نکته۲) چنانچه گره مرکبی شامل گره زمین باشد طبیعتا در آن KCL نمی نویسیم.